**2a Lista de Grafos**

**Professor: Glauber Cintra – Entrega: 5/dez/2018**

Esta lista deve ser feita por grupos de **no mínimo** 2 e **no máximo** 3 alunos.

1. **(2 pontos)** Seja *G* o grafo abaixo, utilizado nas questões de 1 e 2. Seja *x* o **índice cromático** de *G*. Determine *x*. Exiba uma ***x*-aresta-coloração** de *G* e indique se ela é equilibrada. Justifique por que não existe uma aresta-coloração própria para *G* que utilize menos de *x* cores.

e4

e2

e9

e8

e14

e11

e5

e12

e13

e3

e1

e10

v5

e7

e6

v6

v8

v4

v2

v1

v3

v7

Na figura acima é apresentada um 4 – aresta – coloração, como o grafo possui grau máximo 4, sendo um grafo do grupo 1, na qual o índice cromático é igual ao seu grau máximo, não existe uma forma de exibir uma aresta coloração própria com menos cores uma vez que teremos aresta incidentes no mesmo vértice com a mesma cor.

A coloração apresentada é uma coloração equilibrada pois as cores com menor quantidade repetem 3 vezes enquanto as de maior são quatro, desta forma a diferença é de 1.

1. **(2 pontos)** Seja *y* o **número cromático** de *G*. Determine *y*. Exiba uma ***y*-vértice-coloração** de *G* e indique se ela é equilibrada. Justifique por que não existe uma vértice-coloração própria para *G* que utilize menos de *y* cores.

Na figura acima é apresentada um 3 – vértice – coloração, como o grafo possui ciclos não é possível fazer com duas cores, desta forma 3 é o menor possível.

A coloração apresentada é uma coloração equilibrada pois a cor com menor quantidade repete duas vezes enquanto as de maior são três, desta forma a diferença é de 1.

1. **(2 pontos)** A tabela abaixo indica quais tarefas cada trabalhador está habilitado a executar. Atribua exatamente uma tarefa para cada trabalhador de modo que cada tarefa seja realizada por um trabalhador que esteja habilitado para executá-la.

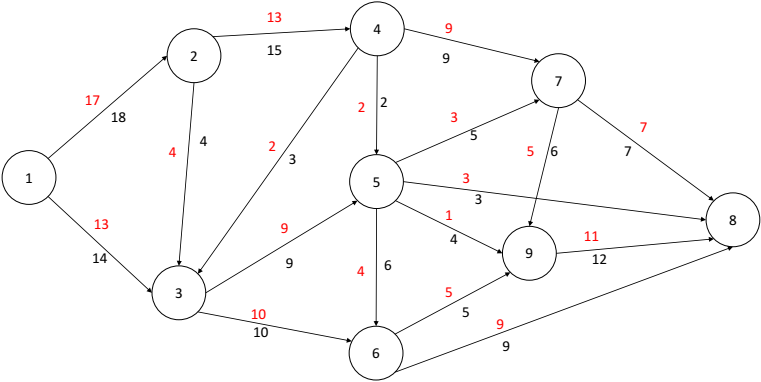
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Trabalhador\Tarefa | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Abel |  | ✓ |  |  |  |  | ✓ |  |  |
| Brás |  |  |  | ✓ |  |  |  |  | ✓ |
| Caio |  |  | ✓ |  |  | ✓ |  |  |  |
| Davi |  | ✓ |  |  |  |  |  |  | ✓ |
| Elza |  |  | ✓ |  |  |  | ✓ |  |  |
| Fred | ✓ |  |  | ✓ |  | ✓ |  |  |  |
| Geni |  |  |  |  | ✓ |  |  | ✓ |  |
| Hugo |  |  |  |  | ✓ |  |  |  | ✓ |
| Iago | ✓ |  |  |  |  |  |  | ✓ |  |

Abel – 2; Brás – 4; Caio – 3; Davi – 9; Elza – 7; Fred – 6; Geni – 8; Hugo – 5; Iago – 1.

1. **(2 pontos)** Determine um fluxo de volume máximo do vértice 1 para o vértice 8, na rede representada pela matriz de incidências abaixo. Exiba um (1,8)-corte com capacidade igual à do seu fluxo.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | a12 | a13 | a14 | a15 | a16 | a17 | a18 |
| v1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v2 | 1 |  | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v3 |  | 1 | 1 |  | 1 | -1 | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v4 |  |  |  | 1 | -1 |  |  | -1 |  | -1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| v5 |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 | -1 |  | -1 | -1 |  |  |  |  | -1 |  |
| v6 |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  | -1 |  |  |  |  | -1 |
| v7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  | -1 | -1 |  |  |  |
| v8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  |  |
| v9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | -1 | 1 | 1 |
| Capacidade | 18 | 14 | 4 | 15 | 3 | 9 | 10 | 2 | 6 | 9 | 5 | 3 | 9 | 8 | 6 | 12 | 4 | 5 |

Vértices (4,7) (4,5) 3,5) e (3,6) capacidade do corte 30 é fluxo máximo.



1. **(2 pontos)** Toda floresta com pelo menos uma aresta possui número cromático igual a 2. Prove ou refute esta afirmação.

Teorema: Toda floresta com pelo menos uma aresta possui número cromático igual a 2.

Prova: Iniciemos com uma árvore com uma aresta. Cada vértice terá uma cor diferente, totalizando duas cores. Caso, seja adicionado uma nova folha no vértice 1 cor A, essa folha terá cor B (igual do vértice 2) caso a folha seja adicionada ao vértice 2 a nova folha terá Cor A, igual ao vértice 1. E isso acontece com todas as novas folhas ela terá cor igual a dos “irmãos” e diferente do “pai”. Desta forma podemos colorir uma árvore a partir da raiz, intercalando as cores para cada nível, assim os níveis pares terão uma cor enquanto os impares terão outra.

1. (**2 pontos**) As cidades de Campinas, São José dos Campos e Cubatão possuem refinarias de petróleo que produzem 16, 13 e 14 milhões de litros de gasolina por semana. Estas cidades e mais as cidades de São Paulo e Santos devem ser abastecidas usando-se toda a produção das três refinarias. A necessidade semanal de consumo de gasolina destas 5 cidades é:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Campinas | São José dos Campos | Cubatão | São Paulo | Santos | São Carlos |
| 6 milhões | 4 milhões | 1 milhões | 26 milhões | 3 milhões | 3 milhões |

O custo, em centavos, para transportar cada litro de gasolina entre estas cidades é dado na tabela abaixo. Desejamos planejar como distribuir a gasolina de forma a minimizar o custo total do transporte. Modele este problema como um PL e resolva o modelo.

| de \ para | Campinas | São José dos Campos | Cubatão | São Paulo | Santos | São Carlos |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Campinas | - | 2 | - | 2 | - | 3 |
| São José dos Campos | 2 | - | - | 2 | 4 | 3 |
| Cubatão | - | - | - | 4 | 1 | - |
| São Paulo | 2 | 2 | 1 | - | - | - |
| Santos | - | 6 | 1 | - | - | - |
| São Carlos | - | 3 | - | - | - | - |

1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | DEMANDA |
| Campinas | -1 | -1 | -1 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  | -10 |
| São José dos  Campos | 1 |  |  | -1 | -1 | -1 | -1 |  |  |  | 1 |  | 1 |  | 1 | -9 |
| Cubatão |  |  |  |  |  |  |  | -1 | -1 |  |  | 1 |  | 1 |  | -13 |
| São Paulo |  | 1 |  |  | 1 |  |  | 1 |  | -1 | -1 | -1 |  |  |  | 26 |
| Santos |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  |  | -1 | -1 |  | 3 |
| São Carlos |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  | -1 | 3 |
| Custo | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 6 | 1 | 3 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| variáveis | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | eq1 | DEMANDA |
| Campinas | -1 | -1 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -10 | -10 |
| São José dos | 1 | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | -9 | -9 |
| Cubatão | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | -13 | -13 |
| São Paulo | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 26 | 26 |
| Santos | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 | 3 | 3 |
| São Carlos | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 3 | 3 |
| Custo | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 6 | 1 | 3 | 58 | 38 |
| xi | -16 | 26 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | -13 | -3 |  | função a ser min: |
| xi\*custoi | -32 | 52 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 60 | -13 | -9 |  | 58 |